張家山漢簡『算数書』について (II) (数学史の研究)

田村, 三郎

数理解析研究所講究録 1444 巻 2005 年 29-33

張家山漢簡『算数書』について II

『算数書』研究会　田村　三郎
Research Group of "The Book Suanshu-shu"　Saburo TAMURA

この『算数書』研究会は、中国古文字学の研究家である大川俊隆氏を中心として、古代中国史研究家2名と、数学および数学史の研究家5名に3名のオブザーバーを加えた計11名で構成されています*。会が発足して 2 年以上を経過していますので、既に数編の論文([1][2][3][13][15][16][17][18][21][22])を発表しております。しかも、論文[13]の内容につきましては、2002 年度の数理解析研究所の研究集会「数学史の研究」において論文[16]として田村誠氏が発表していますので、今回はそれ以降のもの([15][17][18][22])のうち 4 つの算題について簡単な報告をすることにします。この8月 12－14 日に北京で行われた研究会「『算数書』と先秦学術研討会」において大川氏らが発表されたもの([21])と幾分重複しますが、その点ご了解をお願いします。

算題の発表を行う前に、出土文字資料に臨む際の基本的態度を、大川[21]に従って述べておきます。この出土文字資料は2000年余の時間を飛び越えて我々の眼前に出現したものですから、当然その解読には困難を伴います。どうしても解読できない字句があった場合、我々は往々にして「この文字は書写者が書き誤ったものだろう」と考え、自分たちが理解可能な字句に直したい誘惑に駆られます。この誘惑と絶えず戦うこと、明確な証拠があるもの以外に決して字句を変えて解読を行わないこと、理解不可能な個所は「疑いあり」として後人の研究に託すること、これが出土文字資料に向かう研究者の基本的態度でありましょう。さらにもう一つ、算題の釈文の確定は必ず写真図版に基づいてなされなくてはならないということです。これは日本において、中国出土簡牘を研究する際に守られている原則です。この『算数書』研究会も、張家山漢簡の写真図版([7])が 2001 年 12 月に出版されるという情報が得られてから、初めて組織され、その後の写真図版の公開とともに本格的研究を開始したのです。

1.「女織」題 ([17][21]参照)

「女織」題の冒頭は一見とても読みにくい文章で次のように書かれています。

　鄰里有女悪自喜也。織日自再、五日織五尺。

ところで、『九章算術』衰分章にこれとほぼ同じ算題があり、次のようになっています。

　今有女子善織。日自倍、五日織五尺。

郭書春は[11]で、この『九章算術』の文を参考にして、「喜」を「善」の誤りとし、後の「日」を「曰」と解釈し、句読をその後に入れています。つまり

　鄰里有女悪自善也織、曰自再、五日織五尺。

---

* 『算数書』研究会(大川俊隆、岡山茂彦、小寺裕、佐伯光祥、角谷常子、田村三郎、田村誠、張替俊夫、馬彪、矢崎武人、吉村昌之)

としています。しかし、このように変えても、『算数書』のほうは、「悪」「自」「也」の三字があって、うまく読めません。したがって、我々は郭氏のこのような変更に同意できません。よって、できる限り『算数書』の原文のままで読むために、「自喜」という語彙の用例を発見しました。

①「(董賢) 為人美麗自喜」(『漢書』佞幸伝)

②「孝景帝曰、魏其侯者、沾沾自喜耳、多易」(『史記』竇嬰伝)

これらの用例より「自喜」は「自己満足」の意であることが解ります。これによって原文を訓読すれば

「鄰里に女の自喜を悪む有り。織ること自ら再して、五日にして五尺を織る。」

となるので、和訳すれば

「隣の里に自己満足を嫌う女がいた。布を織ることを日毎に倍々していって5日間で5尺を織った。」

となるでしょう。このように理解すれば、原文の文字を全く変える必要はありません。其の上、日毎に倍ずつ織ることの説明も、『九章算術』のように「善織」(織ることが上手)だからとするよりも、自己満足をせずにさらに努力するからとするほうが、理解しやすいと思います。

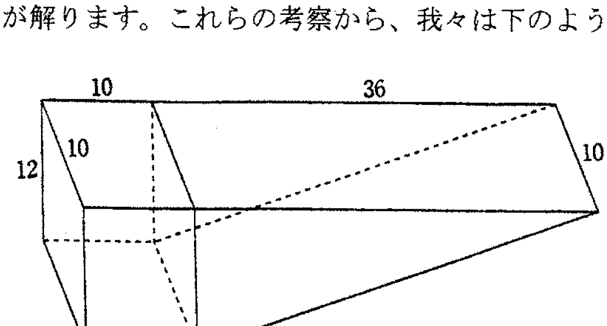
2.「除」題　([18][21]参照)

「除」題の冒頭は次のようになっています。

羨除、其定方丈、高丈二尺。其除広丈、袤三丈六尺、其一旁毋高。積三千三百六十尺。

(文中の「袤三丈六尺」の「六」は、もともと[7]の釈文では、「九」と釈されていますが、写真図版を見れば、「六」であることは明らかです。)

この文を素直に読めば、「羨除」という立体は、「定」と「除」という二つの立体から成り、「定」は底面が一辺10尺の正方形で高さ12尺の正四角柱、「除」は幅10尺で縦36尺で、高さ12尺を「定」と共有し、縦の他端に行くにつれ高さが無くなるような立体(直角三角柱)であることが解ります。これらの考察から、我々は下のような立体を想定しました。



これに基づいて体積計算を行ったところ、3360平方尺となり、「除」題の答えとぴったり一致しました。

彭浩氏[9]は、『九章算術』商功章に基づいて、上図の「除」に相当する立体の体積を(「36」

は「39」にしたままで）計算した結果、2340 立方尺という答えを出し、『算数書』原文の数字の訂正を行っていますが、我々のように考えれば、数字の訂正の必要は全くなくなります。

問題は、『九章算術』が想定する「羨除」の形がこの「除」題の「羨除」の形と少し異なっている点です。「羨除」とはもともと「斜めの道」の義で、上図の右方の部分と考えれば納得がいきます。これに「定」の部分が加わっているのが上図の形になるのです。『九章算術』の「羨除」は、「除」題の「除」の両脇に三角錐が加わる形ですが、こちらの方が後代の変化の結果である可能性があります。この上図の形の墳墓が、中原から発見された秦代の中級貴族の墳墓に見られ、その規模もほとんど同じだということが発掘報告からも確認できます。そうすると、この「除」題というのは、墳墓を造る際に、掘り起こす土の量を計算するための算題であったことも推測できます。

3.「舂粟」題　（[20][22]参照）

舂粟の問は次のようになっています。

稟粟一石、舂之為八斗八升。当益秏粟幾何。

これに対して『算数書』の「程禾」には

禾黍一石為粟十六斗大半斗。舂之為糲米一石。

とあります。粟と禾黍を同一と考え、糲米と米を同じと見做しますと、「程禾」には重さ 1 石の粟は量では 16 斗と 2/3 斗(500/3 升)であるが、これを舂くと 10 斗の米となると書かれています。これに対して「舂粟」での問題は、「重さ粟 1 石を受け取ったけれども、粗悪な粟であってこれを舂くと米 88 升にしかならなかった。これは秏したためであって、正しく米 100 升を得るためには秏した粟は幾らであろうか」と解釈することができましょう。求める秏粟を x としますと、下のような表が作れます。

	粗粟	粟	米
稟	500/3	440/3	88
秏	x	20	12
問	500/3＋x	500/3	100

この表をもとに立式しますと

$$500/3 : x = 88 : 12 \qquad \therefore \quad x = 500/3 \times 12 \div 88 = 250/11$$

が得られます。この答えは「二斗二升十一分升八」であって、「舂粟」での答と一致します。（文献[7]などの釈文では「二斗三＜五＞升十一分升八＜七＞」と読まれていますが、写真図版を見ますと「三」または「五」の所は「二」とも読めますし、「八」または「七」の所は確かに「八」です。）続いて術文を見ますと

術曰、置所得米升数以為法。又置一石米粟升数而以秏米升数乗之。如法得一升。

となっていますので、求める秏粟を

（一石米粟升数）×（秏米升数）÷（所得米升数）

として求めています。これは術文において

「一石米粟升数」＝500/3、「秏米升数」＝12、「所得米升数」＝88
として計算した我々の計算式と一致します。

ところで、鄒大海[20]での立式は　20×100÷88＝250/11 となっていて、答えは我々のものと合致しますが、術文との対応が我々の場合のようにはうまくいきません。

鄒大海[20]以外の諸論文([4][9][11][12])では問題に条件文を追加したり、答えを大幅に変更したりしているため、原文のままに読むことにより問題、答え、術文に一貫した整合的解釈を与えている我々の見解には遠く及ばないと思われます。(我々の見解は鄒大海[20]に依拠したものであることを明記しておきます。)

4.「方田」題　([22]参照)

「方田」題の問、答、術文は次のようになっています。

田一畝方幾何歩。曰、方十五歩三十一分歩十五。術曰、方十五歩不足十五歩、方十六歩有余十六歩。曰、並盈、不足以為法。不足子乗盈母、盈子乗不足母、並以為実。復之、如啓広之術。

これによると、正方形の田 1 畝の 1 辺の長さを求めるのが問題です。したがって、開平法の問題ですが、解法を見ると、盈不足の術を使用しています。この手法を一般的な面積 S の正方形の 1 辺を求める問題として述べてみましょう。1 辺 a としますと $S-a^2$ 不足し、1 辺 b としますと b^2-S 盈(あま)るものとします。盈不足の術によって、維乗の和を盈不足の和で割って新しい 1 辺 a_1 を求めるのです。

$$a_1=\{a(b^2-S)+b(S-a^2)\}/\{(S-a^2)+(b^2-S)\}=(S+ab)/(a+b)$$

この a_1 は a や b よりもより詳しいルート S の近似値となっています。
『算数書』では開平法に関してこれ以上のことは述べていません。ところが啓広の術によって S を近似値 a_1 で割ってもう一つの近似値 b_1 を求めることも述べられています。何のために b_1 を求めることを書いているのか解りませんが、a や b よりも詳しい近似値 a_1 と b_1 が得られていることは確かです。

これからは『算数書』の記述にヒントを得た現代的な見解ですが、二つの近似値 a_1 や b_1 に対して、上の盈不足の術を使って新しい近似値 a_2 と b_2 が得られるわけです。ここで注意しておきたいのは、$a_1\times b_1=S$ ですから、a_2 は a_1 と b_1 の調和平均、b_2 は a_1 と b_1 の相加平均となっていることです。つまり、二つの近似値からそれらの調和平均と相加平均とを新しい二つの近似値として求め、これを繰り返して行けばよいのです。この近似解法は極めて収束が早いことに驚かされます。具体的に $\sqrt{2}$ の近似値を求めて見ましょう。

$S=2$ ですから、$a=1$、$b=2$ として出発します。$a_1=4/3$、$b_1=3/2$、$a_2=24/17$、$b_2=17/12$ となりますから、$a_3=816/577=1.4142114\cdots$、$b_3=577/408=1.4142156\cdots$ となります。さらに $a_4=941664/665857=1.414213562371\cdots$、$b_4=665857/470832=1.414213562374\cdots$ となっています。このように計算が簡単で収束が早く、しかも近似分数として与えられるところが面白いと思います。

参考文献

[1] 大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』研究会」の発足にあたって」(大阪産業大学論集人文科学編 107 号、2002 年 6 月)

[2] 大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』註釈」緒論(訳)(上)」(大阪産業大学論集人文科学編 107 号、2002 年 6 月)

[3] 大川俊隆「「張家山漢簡『算数書』註釈」緒論(訳)(下)」(大阪産業大学論集人文科学編 107 号、2002 年 10 月)

[4] 城地茂「『算数書』日本語訳」(和算研究所紀要 No.4. 2001 年 3 月 25 日)

[5] 蘇意雯他「『算数書』校勘」(HPM 通訊 3－12。2000 年 11 月)

[6] 張家山漢墓竹簡整理小組『江陵張家山漢簡『算数書』釈文』(文物、2000 年 9 月)

[7] 張家山漢墓竹簡整理小組『張家山漢墓竹簡[245 号墓]』(2002 年 1 月)

[8] 白尚恕『《九章算術》註釈』(科学出版社、1983 年)

[9] 彭浩『張家山漢簡《算数書》注釈』(科学出版社、2001 年 7 月)

[10] 薮内清編『科学の名著 2、中国天文学・数学集』(朝日出版社、1980 年 11 月)

[11] 郭書春「算数書校勘」(中国科学史料 22 巻 3 期、2001 年 9 月)

[12] 郭世栄「《算数書》勘誤」(内蒙古師大学報自然科学(漢文)版、30 巻(3)、2001 年 9 月)

[13] 田村誠「張家山漢簡『算数書』訳注稿(1)」(大阪産業大学論集人文科学編 108 号、2002 年 10 月)

[14] 彭浩「張家山漢簡《算数書》的“并租”与“啓従(縦)”」」(考古 2002 年第 5 期)

[15] 大川俊隆・小寺裕「張家山漢簡『算数書』訳注稿(2)」(大阪産業大学論集人文科学編 109 号、2003 年 3 月)

[16] 田村誠「張家山漢簡『算数書』について I、『方田章対応部分について』(数理解析研究所講究録 1317、2003 年 5 月)

[17] 岡山茂彦「張家山漢簡『算数書』訳注稿(3)」(大阪産業大学論集人文科学編 111 号、2003 年 10 月)

[18] 張替俊夫「張家山漢簡『算数書』訳注稿(4)」(大阪産業大学論集人文科学編 112 号、2004 年 2 月)

[19]郭書春(城地茂訳)「『算数書』に関する問題点」(和算研究所紀要 No.5.2004 年 1 月)

[20]鄒大海「出土『算数書』校釈一則」(インターネット版 2004.4.14)

[21]大川俊隆・張替俊夫・田村誠「『算数書』中における 4 つの算題について」(「『算数書』と先秦学術研討会」の発表草稿)

[22]田村三郎「張家山漢簡『算数書』訳注稿(5)」(大阪産業大学論集人文科学編 114 号、2004.10)